

## Philippe Moireau

Professeur Mathématiques Appliquées CMAP

Responsable de l'équipe-projet M $\Xi$ DISIM

91120 Palaiseau

E-mail : philippe.moireau@polytechnique.edu

### *Des équations de HJB dans des espaces de mesure à l'assimilation de données*

#### Sujet

L'assimilation de données consiste à fusionner deux sources d'information différentes. D'un côté, les informations dites *a priori* qui viennent le plus souvent d'un modèle d'évolution définissant un système dynamique en dimension finie ou infinie. De l'autre, l'information issue de mesures sur le système observé qui pour les systèmes distribués peut être disponible sous la forme de séquences d'images. Alors que le contexte théorique de l'assimilation de données fait la part belle au contrôle optimal dans des espaces de Hilbert, la nature intrinsèque de ces deux sources d'information devrait nous conduire naturellement à reformuler les estimateurs dans des espaces adaptés aux solutions recherchées et aux mesures disponibles. Or ces espaces sont possiblement des espaces présentant des structures géométriques contraintes.

À titre d'illustration, si nous modélisons des quantités de type densités que ce soit en dynamique des populations ou en transport, pour lesquelles on devrait naturellement mesurer l'écart par des distances adaptées compatibles avec des principes du maximum associés, par exemple des distances de Wasserstein adaptées. Notamment, nous avons tout juste initié une collaboration avec des collègues du Laboratoire de Saint-Venant d'EDF pour des questions d'assimilation de données satellitaires de hauteur d'eau dans des prédictions d'inondation d'une vallée.

Notre objectif est donc de généraliser la formulation des problèmes d'assimilation de données pour des dynamiques de type transport dans des espaces munis de métrique de Wasserstein.

Plus précisément, nous voulons proposer des observateurs appelés aussi estimateurs séquentiels qui intègrent les données à mesure qu'elles sont disponibles par une loi de feedback adaptée. Par la programmation dynamique, on sait en effet qu'un observateur séquentiel optimal peut être défini à partir d'une fonction valeur solution d'une équation HJB d'évolution [1]. Ici, nous souhaitons formuler ce même type d'observateur dans le contexte plus général d'un espace de mesure ou de densités muni d'une distance de Wasserstein. La théorie des équations de HJB dans ces espaces est aujourd'hui un sujet d'étude de plus en plus dynamique et notre objectif est ici la formulation théorique de l'estimateur optimal et de ses propriétés d'optimalité notamment en analysant les propriétés des contractions en temps asymptotique que peut offrir la fonction valeur.

À plus long terme, on pourra aussi justifier des possibles discrétisation et approximations pour tendre vers le calcul effectif d'observateurs pour les modèles cités en exemple.

#### Références

- [1] Wendell H Fleming. Deterministic nonlinear filtering. *Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa. Classe di Scienze. Serie IV*, 25(3-4) :435 – 454 (1998), 1997.