

# Formulations et résolutions pour le problème déterministe de placement des arrêts de rechargement et maintenance des tranches nucléaires

Nicolas Dupin, François Clautiaux

Université Bordeaux 1, INRIA Bordeaux, équipe ReAIOpt  
Nicolas.Dupin@math.u-bordeaux1.fr

Conférence PGMO, Palaiseau, le 4 octobre 2013



# Plan

- 1 Présentation du problème et hypothèses
- 2 Formulation MIP
- 3 Résultats
  - Données
  - Résultats de la formulation exacte
  - Approches heuristiques
- 4 Conclusions et perspectives

# Plan

- 1 Présentation du problème et hypothèses
- 2 Formulation MIP
- 3 Résultats
  - Données
  - Résultats de la formulation exacte
  - Approches heuristiques
- 4 Conclusions et perspectives

# Présentation générale du problème

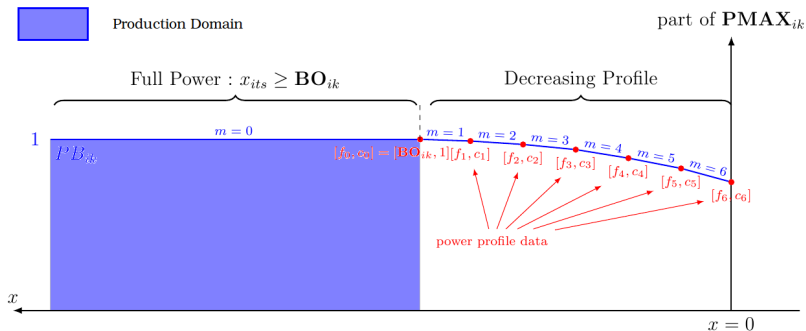
- Problème de planification des arrêts des tranches nucléaires pour maintenances et rechargement.
- Problème naturellement à deux niveaux:
  - Variables décisionnelles: dates d'arrêt et quantités rechargées.
  - Variables auxiliaires, productions et stocks: pour calculer le coût des décisions principales et satisfaire les contraintes.
- Formulation stochastique à deux niveaux (variables de recours: niveau de production), proposée pour le challenge EURO/ROADEF 2010.

# Hypothèses simplificatrices

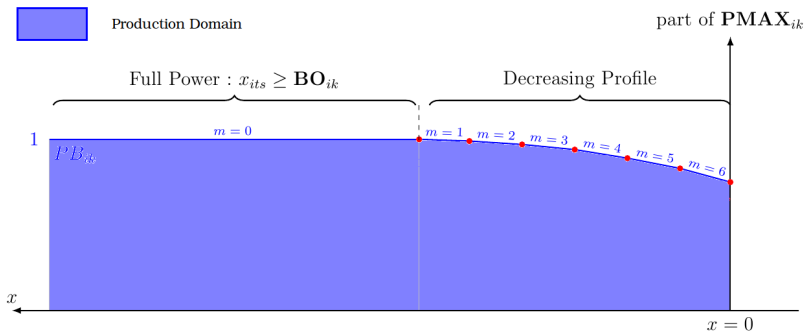
Simplifications pour avoir une linéarisation sous forme d'un MIP de taille raisonnable avec pour seules variables binaires les dates d'arrêt:

- agrégation des scénarios sur le scénario moyen, agregation des pas de temps à la semaine.
- Modulations possibles en stretch, les contraintes imposent uniquement une borne supérieure à la production.
- Approximation de la contrainte de modulation maximale par cycle.
- On compte dans la modulation les semaines de production nulle après le stretch.

# Illustration: domaine de production du challenge ROADEF



# Illustration: domaine de production considéré



# Plan

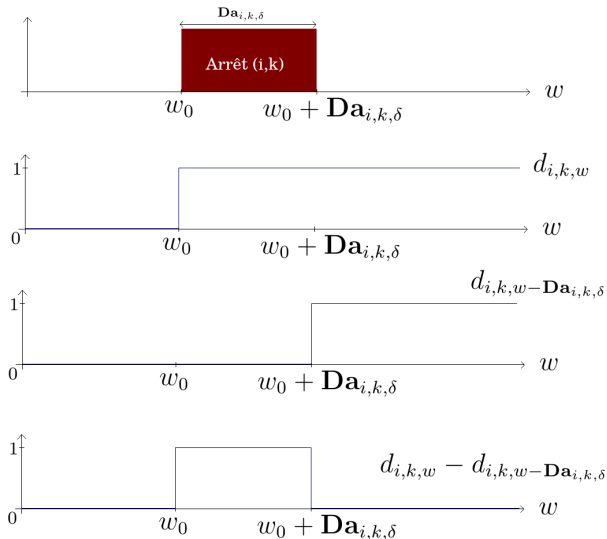
- 1 Présentation du problème et hypothèses
- 2 Formulation MIP
- 3 Résultats
  - Données
  - Résultats de la formulation exacte
  - Approches heuristiques
- 4 Conclusions et perspectives



## Définition des variables

- Variables binaires  $d_{i,k,w}$  pour  $(i, k)$  et la semaine  $w$ :  
 $d_{i,k,w} = 1$  si l'arrêt  $i, k$  a été commencé avant  $w$ .
- Variables continues:
  - $r_{i,k}$ , quantité rechargée à l'arrêt  $(i, k)$
  - Productions nucléaires  $p_{i,k,w}$ , productions THF  $p_{j,w}$
  - Stocks de début et de fin de cycle  $x_{i,k}^{init}, x_{i,k}^{fin}$ ,
  - Stocks à tout instant  $x_{i,k,w}$
  - Stocks résiduels au dernier pas de temps  $x_i^{fin}$ .

# Définition des variables, illustration



## Contraintes liées aux définitions de variables

- $d_{i,k,w} \leq d_{i,k,w+1}$
- $x_{i,k}^{fin} = x_{i,k}^{init} - \sum_w \mathbf{D}^w p_{i,k,w}$ , pour définir ces variables comme des expressions linéaires des autres variables.
- $x_{i,k,w} \leq x_{i,k}^{init} - \sum_{w' \leq w} \mathbf{D}^{w'} p_{i,k,w'}$
- $x_i^{fin} \leq x_{i,k}^{fin} + \mathbf{S} \max_{i,k} (1 - d_{i,k,W} + d_{i,k-1,W})$ .
- Autres variables continues: productions nucléaires  $p_{i,k,w}$ , productions THF  $p_{j,w}$ , stocks de début et de fin de cycle  $x_{i,k}^{init}, x_{i,k}^{fin}$ , stock à tout instant  $x_{i,k,w}$ , stock résiduel au dernier pas de temps  $x_i^{fin}$ .

# Fonction objectif

Minimiser la somme des coûts suivants:

- coûts de rechargement:  $\sum_{i,k} \mathbf{C}_{i,k}^{rld} r_{i,k}$
- coûts de prod flex:  $\sum_{j,w} \mathbf{C}_{j,w}^{prd} \mathbf{D}^w p_{j,w}$
- Valorisation fuel final:  $-\sum_i \mathbf{C}_i^{val} x_i^{fin}$

## Contraintes de fenêtre de temps

Permet de ne pas définir certaines variables  $d_{i,k,w}$ , et impose des variables  $p_{i,k,w}$  à 0, ce qui permet également de ne pas les définir:  
Dates au plus tôt:

$$\forall i, k, w < \mathbf{To}_{i,k}, d_{i,k,w} \leq 0 \quad (1)$$

Dates au plus tard:

$$\forall i, k, w \geq \mathbf{Ta}_{i,k}, d_{i,k,w} \geq 1 \quad (2)$$

## Bornes de production

- Prod flex:  $\mathbf{Pmin}_{j,w} \leq p_{j,w} \leq \mathbf{Pmax}_{j,w}$
- Prod nucléaire:  $0 \leq p_{i,k,w} \leq \mathbf{Pmax}_i^w (d_{i,k,w} - \mathbf{Da}_{i,k} - d_{i,k+1,w})$
- Demandes:  $\sum_{i,k} p_{i,k,w} + \sum_j p_{j,w} = \mathbf{Dem}^w$

## Bornes de combustible

- Stock initial:  $x_{i,-1}^{init} = \mathbf{Xi}_i$ .
- Bornes de rechargement:  
 $\mathbf{Rmin}_{i,k} d_{i,k,W} \leq r_{i,k} \leq \mathbf{Rmax}_{i,k} d_{i,k,W}$
- Stock maximal:  $\forall i, k, 0 \leq x_{i,k}^{init} \leq \mathbf{Smax}_{i,k}$
- Anticipation maximale:  
 $x_{i,k}^{fin} \leq \mathbf{Amax}_{i,k+1} + (\mathbf{Smax}_{i,k} - \mathbf{Amax}_{i,k+1}) (1 - d_{i,k+1,W})$
- Loi de rechargement:  
 $x_{i,k}^{init} - \mathbf{Bo}_{i,k} = r_{i,k} + \frac{Q_{i,k-1}}{Q_{i,k}} (x_{i,k-1}^{fin} - \mathbf{Bo}_{i,k-1})$

## Contraintes de stretch

Ici, Profil décroissant non imposé à  $\varepsilon$  près, juste bornes supérieures de la production.

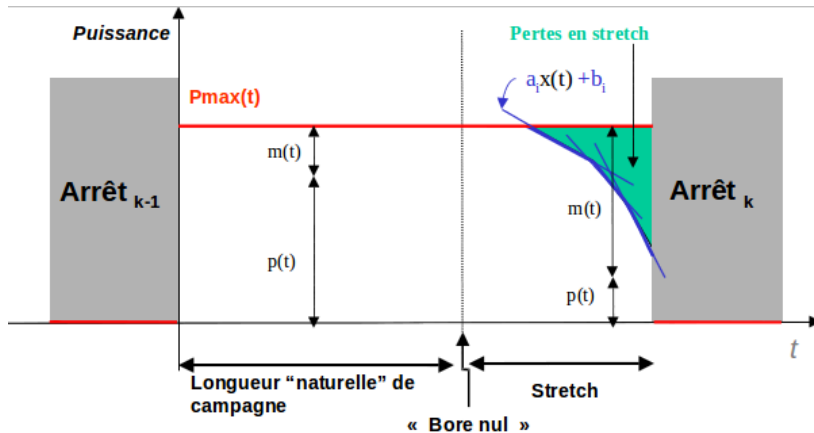
Par concavité du stretch, la production nucléaire est toujours inférieure aux demis plans formés par la courbe de profil décroissant:

$$\forall i, t, m, \frac{p_{i,k,w}}{\mathbf{Pmax}_i^t} \leq \frac{\mathbf{c}_{i,k,m-1} - \mathbf{c}_{i,k,m}}{\mathbf{f}_{i,k,m-1} - \mathbf{f}_{i,k,m}} (x_{i,k,w} - \mathbf{f}_{i,k,m}) + \mathbf{c}_{i,k,m}$$

Remarque: En relâchant les contraintes de stretch, les variables  $x_{i,k,w}$  deviennent inutiles et peuvent donc être omises.



# Illustration des modulations imposées par le stretch



## Contrainte de modulation

- Dans le challenge ROADEF, pas de longueur maximale de cycle de production pour les solutions réalisables, production nulle après stretch.
- Dans notre modélisation, les phases de production nulle après un cycle de production sont comptées dans les modulations . . . Dans le cas contraire, on devrait introduire des variables binaires supplémentaires
- Contrainte de modulation écrites comme si on interdisait les phases de production nulle.
- Modulation de notre modèle comprend:
  - la modulation  $\mathbf{Mmax}_{i,k}$  du challenge ROADEF, modulation pendant le cycle de production.
  - la modulation résultant d'une phase de stretch,  $\mathbf{VMmax}_{i,k}$  étant le volume de modulation imposée par le stretch complet.

## Ecriture des Contraintes de modulation

$$\forall i, k, \quad m_{i,k} = \sum_w \mathbf{Pmax}_i^w (d_{i,k,w} - \mathbf{Da}_{i,k,\delta} - d_{i,k+1,w_t}) - \sum_w p_{i,k,w}$$

$$\forall i, k, \quad m_{i,k} \leq \mathbf{Mmax}_{i,k} + \frac{\mathbf{Amax}_{i,k+1} + (\mathbf{Smax}_{i,k} - \mathbf{Amax}_{i,k+1})d_{i,k+1,W} - X_{i,k}^{fin}}{\mathbf{Amax}_{i,k+1}} \mathbf{VMmax}_{i,k}$$

$$\forall i, k, \quad m_{i,k} \leq \mathbf{Mmax}_{i,k} + \mathbf{VMmax}_{i,k}(1 - d_{i,k+1,w_t})$$

NB:  $\mathbf{VMmax}_{i,k}$  n'est pas directement fournie par les données du problème, mais se calcule en fonction des valeurs des points de la courbe de stretch, cf annexe

# Contraintes d'ordonnancement

$$\sum_{i,k} \text{Pmax}_i^w (d_{i,k,w} - d_{i,k,w} - \text{Da}_{i,k}) \leq \text{Imax} \quad (3)$$

$$\sum_{(i,k) \in \mathbf{A20}_w} (d_{i,k,w} - d_{i,k,w} - \text{Da}_{i,k}) \leq \mathbf{N20}_w \quad (4)$$

$$\sum_{(i,k) \in \mathbf{A19}} (d_{i,k,w} - \text{L19}_{i,k} - d_{i,k,w} - \text{L19}_{i,k} - \text{Tu19}_{i,k}) \leq \mathbf{Q19} \quad (5)$$

$$\sum_{(i,k) \in \mathbf{A18}} (d_{i,k,w} - d_{i,k,w} - \text{Se18} + d_{i,k,w} - \text{Da}_{i,k} - d_{i,k,w} - \text{Da}_{i,k} - \text{Se18}) \leq 1 \quad (6)$$

$$\sum_{(i,k) \in \mathbf{A17}} (d_{i,k,w} - \text{Da}_{i,k} - d_{i,k,w} - \text{Da}_{i,k} - \text{Se17}) \leq 1 \quad (7)$$

$$\sum_{(i,k) \in \mathbf{A16}} (d_{i,k,w} - d_{i,k,w} - \text{Se16}) \leq 1 \quad (8)$$

$$\sum_{(i,k) \in \mathbf{A15}} (d_{i,k,w} - d_{i,k,w} - (\text{Da}_{i,k} + \text{Se15})^+) \leq 1 \quad (9)$$

$$\sum_{(i,k) \in \mathbf{A14}} (d_{i,k,w} - d_{i,k,w} - (\text{Da}_{i,k} + \text{Se14})^+) \leq 1 \quad (10)$$

## Longueur minimale/maximale d'un cycle

- Longueur minimale d'un cycle de production imposée par stocks de carburants minimums et anticipation maximale.
- Dans le challenge ROADEF, pas de longueur maximale de cycle de production.
- Avec nos hypothèses (modulation), cela définit une longueur maximale de cycle de production.
- Dans la suite, on notera  $\mathbf{Lmax}_{i,k}$  la longueur maximale d'un cycle de production, soit calculée avec les modulations, soit donnée en entrée. (ex: 80 semaines )

# Applications

- Preprocessing pour diminuer l'amplitude des fenêtres de temps
- Coupes par longueur minimale de cycle:  
$$\forall i, k, w, \quad d_{i,k+1,w} \leq d_{i,k,w} - Da_{i,k} - Lmin_{i,k}$$
- Pseudo-coupes par longueur maximale de cycle:  
$$\forall i, k, w, \quad d_{i,k+1,w} \geq d_{i,k,w} - Da_{i,k} - Lmax_{i,k}$$

# Plan

- 1 Présentation du problème et hypothèses
- 2 Formulation MIP
- 3 Résultats**
  - Données
  - Résultats de la formulation exacte
  - Approches heuristiques
- 4 Conclusions et perspectives

# Plan

- 1 Présentation du problème et hypothèses
- 2 Formulation MIP
- 3 Résultats**
  - Données
  - Résultats de la formulation exacte
  - Approches heuristiques
- 4 Conclusions et perspectives



# Données ROADEF

- Jeux de données du challenge ROADEF,  $A1 - A5$ , qualification,  $B6 - B10$  données publiques finales,  $X11 - X15$  données secrètes finales.
- Données précédentes tronquées à 3 cycles et 120 semaines.
- Données  $X$  devaient avoir les mêmes caractéristiques que données  $B$ . Ne concerne pas le nombre de variables binaires (amplitudes de fenêtres de temps).
- Données  $B8-B9$  à plus forte combinatoire: pas de contraintes de fenêtres de temps au delà du second cycle.

# Instances ROADEF

Instances	I	J	K	S	T	W	nbVarBin
A1	10	11	6	10	1750	250	3892
A2	18	21	6	20	1750	250	7889
A3	18	21	6	20	1750	250	8162
A4	30	31	6	30	1750	250	17465
A5	28	31	6	30	1750	250	15357
B6	50	25	6	50	5817	277	24563
B7	48	27	6	50	5565	265	35768
B8	56	19	6	121	5817	277	69653
B9	56	19	6	121	5817	277	69306
B10	56	19	6	121	5565	265	29948
X11	50	25	6	50	5817	277	20081
X12	48	27	6	50	5523	263	27111
X13	56	19	6	121	5817	277	30154
X14	56	19	6	121	5817	277	30691
X15	56	19	6	121	5523	263	27233

## Instances ROADEF tronquées

Instances	I	J	K	S	T	W	nbVarBin
A1_3_120	10	11	3	10	840	120	245
A2_3_120	18	21	3	20	840	120	663
A3_3_120	18	21	3	20	840	120	568
A4_3_120	30	31	3	30	840	120	1305
A5_3_120	28	31	3	30	840	120	1868
B6_3_120	50	25	3	50	2520	120	1519
B7_3_120	48	27	3	50	2520	120	4658
B8_3_120	56	19	3	121	2520	120	11057
B9_3_120	56	19	3	121	2520	120	11146
B10_3_120	56	19	3	121	2520	120	1816
X11_3_120	50	25	3	50	2520	120	1470
X12_3_120	48	27	3	50	2520	120	1927
X13_3_120	56	19	3	121	2520	120	2838
X14_3_120	56	19	3	121	2520	120	2844
X15_3_120	56	19	3	121	2520	120	1784

# Plan

- 1 Présentation du problème et hypothèses
- 2 Formulation MIP
- 3 Résultats**
  - Données
  - Résultats de la formulation exacte**
  - Approches heuristiques
- 4 Conclusions et perspectives

## Modélisation sans stretch ni modulation

- B8-B9 particulièrement difficiles: en 1h incapable de calculer le relâché continu par simplexe dual (pour calcul entier Branch & Bound). Taille critique de matrices. Cependant, calcul simple de LP plus rapide, par algo barrière.
- Quand le temps de relaxation continue n'est pas critique, assez bonne structure de convergence.
- Fort impact du preprocessing et des restrictions de fenêtre de temps pour les temps de calculs totaux et des relaxations continues.
- Convergence bien plus rapide avec notre définition de variables comparée avec des variables de type SOS.

## Bornes duales sans stretch ni modulation

- Relâchés continus à 1,4% de l'optimum en moyenne, à 0,6% après les coupes à la racine. Gaps bien plus conséquents sur instances B.
- B8-B9 particulièrement difficiles: en 1h incapable de calculer le relâché continu par simplexe dual (pour calcul entier Branch & Bound). Taille critique de matrices pour le relâché continu. Cependant, calcul simple de LP plus rapide, par algo barrière. De plus, relâchés continus plus éloignés sur instance tronquée.
- Relâché continu de moins bonne qualité quand à un pas de temps donné, les variables de plusieurs cycles différents peuvent être fractionnaires. (ex B8-B9)
- Convergence grandement facilitée avec les coupes et les pseudo coupes de longueurs de cycle.

## Bornes primales sans stretch ni modulation

- Solutions trouvées dès le noeud 0, sauf pour B7-B8 et B9.
- Sur les solutions trouvées à la racines, on se situe en moyenne à 0,3% des meilleures solutions trouvées.
- Première solution d'un coût très élevé: l'heuristique de cplex a tendance à aller vers les fins de fenêtres de temps.
- Beaucoup de solutions ont des coûts très proches et en deçà du seuil de tolérance de cplex de 0,01%.

# Résultats sans modulation ni stretch

Instances	Valeur	Rco	Inf0	Sup0	temps Rco	temps racine	temps total
A1_3_120	76,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,01	0,1	0,1
A2_3_120	71,96	0,04%	0,00%	0,01%	0,03	0,4	0,4
A3_3_120	76,18	0,10%	0,00%	0,00%	0,02	0,2	0,2
A4_3_120	50,93	0,05%	0,01%	0,01%	0,08	1,25	2,2
A5_3_120	58,15	0,91%	0,53%	0,28%	0,92	8,3	55,4
B6_3_120	31,61	2,08%	0,32%	0,19%	0,28	2	24,9
B7_3_120	29,63	3,48%	1,48%	0,24%	0,78	6,1	2016
B8_3_120	29,107	11,79%	3,89%	1,25%	4,65	19,3	3600
B9_3_120	28,84	11,89%	5,62%	2,01%	8,5	35,3	3600
B10_3_120	26,9	2,57%	0,26%	0,15%	0,43	3,7	3600
A1	152,17	0,17%	0,09%	0,00%	0,06	0,75	0,9
A2	145,2	0,21%	0,08%	0,02%	0,16	1,8	5,4
A3	152,58	0,35%	0,12%	0,01%	0,11	1,55	2,6
A4	102,42	0,95%	0,53%	0,09%	2,1	11	323,6
A5	119,78	0,90%	0,63%	0,51%	9,6	46	3600
B6	76,97	2,23%	0,61%	0,51%	9,65	45,5	3600
B7	73,53	2,90%	1,54%		123,5	317	3600
B8					3600		3600
B9					3600		3600
B10	69,5	3,45%	1,35%	0,27%	12,5	41,8	3600



## Modélisation sans stretch avec modulation

- Avec modulation, B6 devient infaisable: premiers arrêts trop lointains, nécessite phase production nulle ce qu'interdisait nos hypothèses.
- Convergence très similaire au modèle sans modulation.

## Modélisation avec stretch

- Erreur de mémoire, taille d'instance trop grande pour les instances complètes B.
- Donne des résultats pour instances tronquées, alors même structure de convergence que précédemment.
- Avant preprocessing, l'ajout du stretch engendre 1,5 fois plus de variables, et 4,5 fois plus de contraintes.
- Après preprocessing, 1,3 fois plus de variables et 3,7 fois plus de contraintes dans la formulation avec stretch comparée à la formulation sans stretch.

# Plan

- 1 Présentation du problème et hypothèses
- 2 Formulation MIP
- 3 Résultats**
  - Données
  - Résultats de la formulation exacte
  - **Approches heuristiques**
- 4 Conclusions et perspectives

## Points généraux

- Tests numériques effectués sur modèle sans stretch ni modulation mais avec contraintes d'ordonnancement. Premier objectif: calculer des solutions pour les instances B8-B9.
- Fixer une variable binaire revient exactement à restreindre les fenêtres de temps.
- Possibilité de combiner plusieurs stratégies de fixations de variables.
- Heuristiques constructives par calcul MIP sur fenêtres restreintes.

## Fixation de variables sur le relâché continu

- Fixer les variables entières dans la relaxation continue.
- Résoudre le problème MIP sur les nouvelles fenêtres de temps calculées.

## Résultats de la fixation sur le relâché continu

- Sur instances faciles: à 0,05% de l'optimum en moyenne avec 40% des variables initiales.
- Sur instances difficiles: à 1,7% des meilleures solutions connues en moyenne avec 38% des variables initiales.
- Gains très net sur les temps de calcul de la relaxation linéaire et du calcul MIP final.
- B8-B9 toujours pas résolus uniquement avec la fixation des variables entières dans la relaxation continue sans les coupes. Avec les pseudo coupes, calcul bien accéléré et des solutions (assez moyennes pour B8) sont trouvées. En fait, assez peu de variables entières dans relaxation LP dans les situations où plusieurs arrêts d'une tranche peuvent avoir lieu à un semaine donnée.

# Résultats de la fixation sur le relâché continu

Instances	Valeur optim	Valeur heur	Gap	Nb var Frontal	Nb var heur	% var
A1.3.120	76,0303	76,0303	0,00%	187	185	98,93%
A2.3.120	71,97296	71,97745	0,01%	267	60	22,47%
A3.3.120	76,177	76,177	0,00%	249	55	22,09%
A4.3.120	50,933	50,9357	0,01%	427	103	24,12%
A5.3.120	58,151	58,151	0,00%	969	535	55,21%
B6.3.120	31,6075	31,61765	0,03%	634	174	27,44%
B7.3.120	29,625	29,66	0,12%	1018	441	43,32%
B8.3.120	29,1065	29,207966	0,35%	2102	926	44,05%
B9.3.120	28,8485	28,9121	0,22%	2488	1478	59,41%
B10.3.120	26,899	26,9102	0,04%	815	244	29,94%
X11.3.120	29,481	29,494	0,04%	684	214	31,29%
X12.3.120	29,0055	29,0087	0,01%	859	239	27,82%
X13.3.120	28,2716	28,303	0,11%	896	275	30,69%
X14.3.120	27,5855	27,6124	0,10%	954	289	30,29%
X15.3.120	26,715	26,722	0,03%	862	227	26,33%
Total	620,40936	620,719466	0,05%	13411	5445	40,60%

# Résultats de la fixation sur le relâché continu

Instances	Valeur optim	Valeur heur	Gap	Nb var Frontal	Nb var heur	% var
A1	152,1706	152,1794	0,01%	424	131	30,90%
A2	145,204	145,204	0,00%	761	219	28,78%
A3	152,582	152,61	0,02%	698	323	46,28%
A4	102,422	102,444	0,02%	1493	1124	75,28%
A5	119,798	119,822	0,02%	2494	1579	63,31%
B6	76,97	76,9913	0,03%	3054	1455	47,64%
B7	74,257	74,303	0,06%	5846	2840	48,58%
B8	74,5586	96,564556	29,51%	20763	7179	34,58%
B9	75,38955	76,210324	1,09%	23675	8564	36,17%
B10	69,502	69,54953	0,07%	3790	1138	30,03%
X11	73,0218	73,0636	0,06%	3216	1025	31,87%
X12	70,6035	70,6565	0,08%	4035	1363	33,78%
X13	69,247	69,3395	0,13%	4104	1462	35,62%
X14	68,4074	68,489	0,12%	4879	1980	40,58%
X15	66,0305	66,0894	0,09%	3618	1076	29,74%
Total	1390,16395	1413,51611	1,68%	82850	31458	37,97%



## Fixation de variables sur relaxation MIP

- Fixation dichotomique: Fixer les variables entières dans la relaxation MIP, en ne considérant comme variable binaire uniquement la variable médiane sur les fenêtres de temps. Intérêt: diminue de moitié les variables binaires initiales. Permet d'effectuer plusieurs iterations par ce processus.
- Fixation régulière: Pour  $N > 0$  donné, on considère comme variables entières uniquement les  $w = \frac{W+2(N-1)W}{2N}$ . Intérêt: beaucoup de variables binaires déjà fixées par les fenêtres de temps, utile pour dégrossir les instances sans fenêtres de temps.

# Résultats de la fixation sur relaxation MIP

- Sur instances faciles très proches de l'optimum.
- temps de calcul MIP intermédiaires longs, surtout sur fixation dichotomique. Avec fixation régulière, beaucoup de variables sont déjà entières par les contraintes de fenêtres de temps.
- Pour B8-B9, la fixation régulière permet de fournir des solutions (solution moyenne pour B8). Pas de solution pour B9 avec fixation dichotomique, bonne solution pour B8.

# Résultats de la fixation sur relaxation MIP régulière

Instances	Valeur optim	Valeur heur	Gap	Var Frontl	Nb var heur	% var	Temps Calcul
A1_3_120	76,0303	76,0303	0,00%	187	3	1,60%	0,05
A2_3_120	71,97296	71,9774	0,01%	267	46	17,23%	0,15
A3_3_120	76,177	76,177	0,00%	249	43	17,27%	0,16
A4_3_120	50,933	50,934	0,00%	427	93	21,78%	0,19
A5_3_120	58,151	58,1611	0,02%	969	284	29,31%	2,2
B6_3_120	31,6075	31,618	0,03%	634	167	26,34%	2,1
B7_3_120	29,625	29,6792	0,18%	1018	337	33,10%	1,6
B8_3_120	29,1065	29,2006	0,32%	2102	501	23,83%	8,2
B9_3_120	28,8485	29,0083	0,55%	2488	538	21,62%	29,3
B10_3_120	26,899	26,909	0,04%	815	211	25,89%	3,1
X11_3_120	29,481	29,499	0,06%	684	194	28,36%	3,5
X12_3_120	29,0055	29,0083	0,01%	859	187	21,77%	4,1
X13_3_120	28,2716	28,3035	0,11%	896	250	27,90%	2,8
X14_3_120	27,5855	27,6096	0,09%	954	256	26,83%	13,2
X15_3_120	26,715	26,722	0,03%	862	198	22,97%	5,8
Total	620,40936	620,8373	0,07%	13411	3308	24,67%	

Nombre de pas de temps de fixation: 3

# Résultats de la fixation sur relaxation MIP régulière

Instances	Valeur optim	Valeur heur	Gap	Var Frontl	Nb var heur	% var	Temps Calcul
A1	152,1706	152,184	0,01%	424	78	18,40%	0,4
A2	145,204	145,216	0,01%	761	188	24,70%	0,74
A3	152,582	152,607	0,02%	698	116	16,62%	0,7
A4	102,422	102,431	0,01%	1493	537	35,97%	24,1
A5	119,798	119,809	0,01%	2494	953	38,21%	202
B6	76,97	76,9913	0,03%	3054	1455	47,64%	3600
B7	74,257	74,3127	0,08%	5846	2202	37,67%	3600
B8	74,5586	96,564556	29,51%	20763	7179	34,58%	3600
B9	75,38955	76,210324	1,09%	23675	8564	36,17%	3600
B10	69,502	69,5628	0,09%	3790	1162	30,66%	3600
X11	73,0218	73,0392	0,02%	3216	967	30,07%	3600
X12	70,6035	70,63034	0,04%	4035	1459	36,16%	3600
X13	69,247	69,3708	0,18%	4104	1292	31,48%	3600
X14	68,4074	68,5084	0,15%	4879	1795	36,79%	3600
X15	66,0305	66,0852	0,08%	3618	1244	34,38%	3600
Total	1390,16395	1413,52262	1,68%	82850	29191	35,23%	

Nombre de pas de temps de fixation: 3

# Résultats de la fixation sur relaxation MIP dichotomique

Instances	Valeur optim	Valeur heur	Gap	Var Frontl	Nb var heur	% var	Temps Calcul
A1_3_120	76,0303	76,0301	0,00%	187	1	0,53%	0,02
A2_3_120	71,97296	71,97117	0,00%	267	4	1,50%	0,03
A3_3_120	76,177	76,1835	0,01%	249	3	1,20%	0,08
A4_3_120	50,933	50,933	0,00%	427	10	2,34%	0,05
A5_3_120	58,151	58,1875	0,06%	969	70	7,22%	0,17
B6_3_120	31,6075	31,656	0,15%	634	36	5,68%	0,4
B7_3_120	29,625	29,705	0,27%	1018	12	1,18%	1,8
B8_3_120	29,1065	29,33	0,77%	2102	284	13,51%	3,7
B9_3_120	28,8485	28,992	0,50%	2488	366	14,71%	6,4
B10_3_120	26,899	26,9	0,00%	815	28	3,44%	0,4
Total	479,35076	479,88827	0,11%	9156	814	8,89%	

# Résultats de la fixation sur relaxation MIP dichotomique

Instances	Valeur optim	Valeur heur	Gap	Var Frontl	Nb var heur	% var	Temps Calcul
A1	152,1706	152,183	0,01%	424	23	5,42%	0,21
A2	145,204	145,222	0,01%	761	28	3,68%	0,35
A3	152,582	152,616	0,02%	698	25	3,58%	0,45
A4	102,422	102,445	0,02%	1493	64	4,29%	26,5
A5	119,798	119,843	0,04%	2494	206	8,26%	1,69
B6	76,97	77,026	0,07%	3054	163	5,34%	3,3
B7	74,257	74,468	0,28%	5846	425	7,27%	284
B8	74,5586	77,136	3,46%	20763	7983	38,45%	3600
B9	75,38955	ERREUR		23675		0,00%	
B10	69,502	69,573	0,10%	3790	183	4,83%	112
Total	968,59675	970,512	0,20%	62998	9100	14,44%	

## Fixation hiérarchique

- Fixation itérative des  $K - 2$  premiers cycles.
- Supposons les  $k - 1$  premiers arrêts fixés, on considère le problème MIP correspondant aux  $k + 1$  premiers cycles.
- pour le cycle  $k + 1$ , on relâche la positivité du stock, fonctionnement alors analogue à une unité flexible. Pas de valorisation du stock final dans fonction objectif.
- Permet de retraiter les fenêtres de temps à chaque iteration pour avoir des MIP bien plus faciles.

## Résultats de la fixation hiérarchique

- Sur les instances faciles: à 0,14% de l'optimum, sur les instances difficiles à 0,25% des meilleures solutions connues.
- Temps de calcul des MIP intermédiaires à 900 secondes, pas toujours très compressibles avec des temps de relaxation continues.
- 2 Premiers MIP intermédiaires plus rapides (moins de variables avec les fenêtres de temps).
- Sur B8-B9, approche qui donne les meilleures solutions.



# Résultats de la fixation hiérarchique (1)

Instances	Valeur optim	Valeur heur	Gap	Nb var Frontal	Nb var heur	% var	Temps Calcul
A1.3.120	76,0303	76,0303	0,00%	187	86	45,99%	0,12
A2.3.120	71,97296	71,973	0,00%	267	143	53,56%	0,08
A3.3.120	76,177	76,1789	0,00%	249	128	51,41%	0,19
A4.3.120	50,933	50,956	0,05%	427	190	44,50%	0,33
A5.3.120	58,151	58,169	0,03%	969	465	47,99%	3,4
B6.3.120	31,6075	31,668	0,19%	634	398	62,78%	10
B7.3.120	29,625	29,6458	0,07%	1018	676	66,40%	146
B8.3.120	29,1065	29,26	0,53%	2102	1324	62,99%	226
B9.3.120	28,8485	29,033	0,64%	2488	1699	68,29%	3600
B10.3.120	26,899	26,934	0,13%	815	500	61,35%	14
X11.3.120	29,481	29,555	0,25%	684	431	63,01%	9,8
X12.3.120	29,0055	29,0447	0,14%	859	526	61,23%	10,7
X13.3.120	28,2716	28,397	0,44%	896	617	68,86%	15,6
X14.3.120	27,5855	27,656	0,26%	954	672	70,44%	16,4
X15.3.120	26,715	26,784	0,26%	862	565	65,55%	14,5
Total	620,40936	621,2847	0,14%	13411	8420	62,78%	

## Résultats de la fixation hiérarchique (2)

Instances	Valeur optim	Valeur heur	Gap	Nb var Frontal	Nb var heur	% var	Temps Calcul
A1	152,1706	152,17956	0,01%	424	92	21,70%	0,42
A2	145,204	145,248	0,03%	761	186	24,44%	0,7
A3	152,582	152,605	0,02%	698	165	23,64%	0,66
A4	102,422	102,492	0,07%	1493	288	19,29%	1,8
A5	119,798	119,935	0,11%	2494	244	9,78%	1,04
B6	76,97	77,079	0,14%	3054	2418	79,17%	2391
B7	74,257	74,506	0,34%	5846	4915	84,07%	3600
B8	74,5586	74,5586	0,00%	20763	2067	9,96%	3240
B9	75,38955	75,38955	0,00%	23675	3593	15,18%	3600
B10	69,502	69,844	0,49%	3790	996	26,28%	42
X11	73,0218	73,2957	0,38%	3216	988	30,72%	12
X12	70,6035	71,0211	0,59%	4035	993	24,61%	53
X13	69,247	70,1506	1,30%	4104	1141	27,80%	131
X14	68,4074	69,0237	0,90%	4879	1598	32,75%	327
X15	66,0305	66,3785	0,53%	3618	777	21,48%	36
Total	1390,16395	1393,70631	0,25%	82850	20461	24,70%	

## Fixation autour d'une solution

- Autour d'une solution de dates d'arrêts, amplitude de fenêtre de temps autour de ces dates. Rayon fixe autour de solution initiale ou loi  $Ak + B$ , amplitude plus élevée sur cycles lointains.
- Calcul d'un planning initial (non réalisable a priori): Pour tout réacteur, on calcule un planning, en considérant tous les autres réacteurs comme des centrales thermiques classiques agrégées. Rq: Parallélisable mais contraintes couplantes d'ordonnancement non prises en compte.
- Variante: incorporer les contraintes d'ordonnancement avec ce qui est déjà fixé. (Alors non parallélisable)

## Résultats de la fixation autour d'une solution

- Solutions construites initialement très rarement réalisables.
- Contraintes d'ordonnancement très dimensionnantes, solutions trouvées en omettant ces contraintes ne permettraient pas de trouver de solutions dans des voisinages même assez grand, et ce sur beaucoup d'instances. bcp d'infaisabilités (souvent CT14-15), même pour des rayons de fenêtre de temps de 5 ou 10 semaines.
- Approche donne des résultats rapidement sur B8-B9.

# Résultats de la fixation autour d'une solution (1)

Instances	Valeur optim	Valeur heur	Gap	Var Frontl	Nb var heur	Gap	Temps Calcul
A1_3_120	76,0303	76,0303	0,00%	187	3	1,60%	0,02
A2_3_120	71,97296	71,97207	0,00%	267	55	20,60%	0,09
A3_3_120	76,177	76,17878	0,00%	249	55	22,09%	0,13
A4_3_120	50,933	50,9348	0,00%	427	82	19,20%	0,47
A5_3_120	58,151	58,8338	1,17%	969	120	12,38%	0,46
B6_3_120	31,6075	31,6377	0,10%	634	153	24,13%	3,9
B7_3_120	29,625	29,6483	0,08%	1018	286	28,09%	16,5
B8_3_120	29,1065	30,2414	3,90%	2102	460	21,88%	17,3
B9_3_120	28,8485	29,2534	1,40%	2488	741	29,78%	30,8
B10_3_120	26,899	26,9293	0,11%	815	203	24,91%	7,3
X11_3_120	29,481	29,572	0,31%	684	193	28,22%	6,2
X12_3_120	29,0055	29,00834	0,01%	859	202	23,52%	8,6
X13_3_120	28,2716	28,3126	0,15%	896	231	25,78%	6,8
X14_3_120	27,5855	27,6294	0,16%	954	249	26,10%	7,5
X15_3_120	26,715	26,7325	0,07%	862	174	20,19%	6,6
Total	620,40936	622,91469	0,40%	13411	3207	23,91%	

Rayon de fenêtre de temps: 5

## Résultats de la fixation autour d'une solution (2)

Instances	Valeur optim	Valeur heur	Gap	Var Frontl	Nb var heur	Gap	Temps Calcul
A1	152,1706	152,183	0,01%	424	23	5,42%	0,21
A2	145,204	145,222	0,01%	761	28	3,68%	0,35
A3	152,582	152,616	0,02%	698	25	3,58%	0,45
A4	102,422	102,445	0,02%	1493	64	4,29%	26,5
A5	119,798	119,843	0,04%	2494	206	8,26%	1,69
B6	76,97	77,026	0,07%	3054	163	5,34%	3,3
B7	74,257	74,468	0,28%	5846	425	7,27%	284
B8	74,5586	77,136	3,46%	20763	7983	38,45%	3600
B9	75,38955	ERREUR		23675		0,00%	
B10	69,502	69,573	0,10%	3790	183	4,83%	112
Total	968,59675	970,512	0,20%	62998	9100	14,44%	

Rayon de fenêtre de temps: 5

# Plan

- 1 Présentation du problème et hypothèses
- 2 Formulation MIP
- 3 Résultats
  - Données
  - Résultats de la formulation exacte
  - Approches heuristiques
- 4 Conclusions et perspectives

# Conclusions

- Modélisations MIP investiguées du problème de placement des arrêts nucléaires.
- Mise en évidence de l'importance cruciale du preprocessing.
- Formulations avec Stretch intractables pour grandes instances.
- Heuristiques efficaces développées permettant d'obtenir des solutions pour toutes les instances, même avec des fenêtres de temps élargies.



# Perspectives

- Investiguer formulation approchée avec des hypothèses supplémentaires et moins de variables.
- Amélioration des heuristiques.
- Introduire les aléas de prolongations d'arrêts et traitement robuste par décomposition de Benders.

# Des questions?

Merci pour votre attention